

Bildgebende Verfahren in der Medizin I

17. Februar 2012

Röntgen

Aufgabe 1

Die klassische Quelle für Röntgenstrahlung in der Medizin ist die Drehanoden-Röhre (6 Punkte).

- Skizzieren Sie eine Röntgenröhre mit Drehanode und beschriften Sie die Komponenten.
- Nennen Sie zwei andere mögliche Quellen für Röntgenstrahlung (2 Punkte) ?

Lösung

- Drehanoden-Röntgenröhre

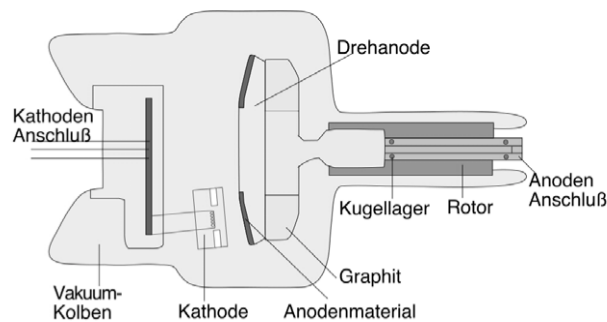


Abb. 1: Lösung zu Aufgabe 1a) (6 Punkte)

- Alternativ kann eine Festanode mit einem dicken Schaft zur Wärmeableitung verwendet werden. Sowie die Verwendung von Synchrotronstrahlung(2 Punkte)

Aufgabe 2

- Nennen Sie den Zusammenhang zwischen der maximalen Quantenenergie einer Röntgenröhre und der Anodenspannung (U_A). Welche Frequenz und welche Wellenlänge gehören zu dieser maximalen Quantenenergie ? (4 Punkte)

Lösung

- Die maximale Quantenenergie $E_{Q,max}$ ergibt sich unter der Annahme, dass die gesamte kinetische Energie des anregenden Elektrons $E_{El,kin}$ in die Energie des Röntgenquants über geht. somit gilt:

$$E_{Q,max} = E_{El,kin} \quad (1 \text{ Punkt}) \quad (1)$$

Mit:

$$E_{Q,max} = h \cdot \nu_{max} \quad (2)$$

und:

$$E_{El,kin} = \frac{e \cdot U_A}{h} \quad (1 \text{ Punkt}) \quad (3)$$

folgt:

$$\nu_{max} = \frac{e \cdot U_A}{h} \quad (1 \text{ Punkt}) \quad (4)$$

$$\lambda_{min} = \frac{c}{\nu_{max}} \quad (5)$$

$$= \frac{c \cdot h}{e \cdot U_A} \quad (1 \text{ Punkt}) \quad (6)$$

Aufgabe 3

Abbildung 2 zeigt ein System zur Röntgenbildgebung. Das Übertragungsverhalten der Teilkomponenten wird durch die Modulation-Transfer-Funktionen MTF 1, MTF 2 und MTF 3 beschrieben.

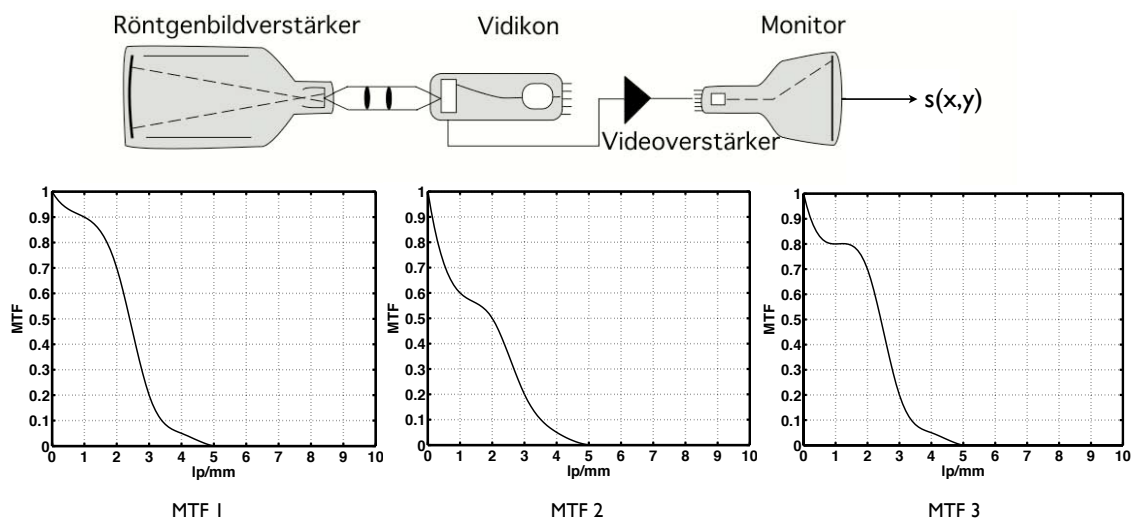


Abb. 2:)

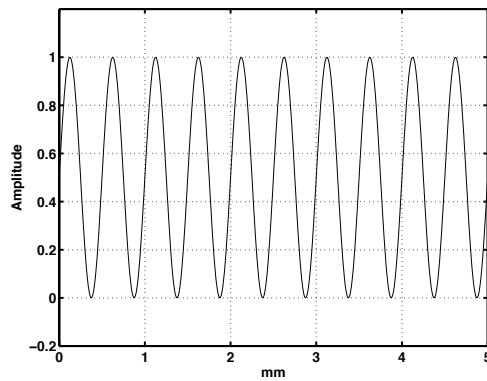
- Wie kann die Gesamtübertragungsfunktion MTF_{ges} des Systems berechnet werden? (1 Punkt)
- In Abbildung 3 sind die Amplitudenverläufe zweier Testobjekte angegeben, die vom Röntgensystem aufgenommen werden. Zeichnen Sie die Amplitudenverläufe, die am Ausgang des Systems anliegen und geben Sie den Rechenweg für die relevanten Größen an. (5 Punkte)

Lösung

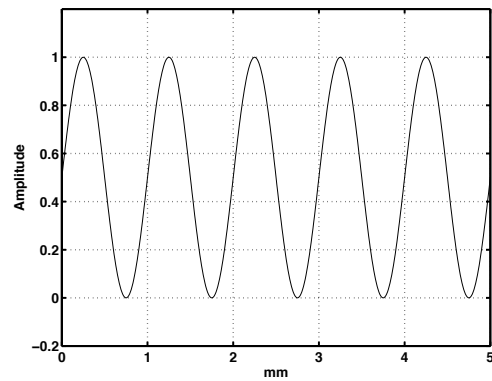
- Die Gesamtübertragungsfunktion ergibt sich aus dem Produkt der MTFs der Einzelkomponenten:

$$MTF_{ges} = MTF_1 \cdot MTF_2 \cdot MTF_3 \quad (1 \text{ Punkt}) \quad (7)$$

- Signal 1 hat eine Raumfrequenz $f_1 = 2 \text{ lp/mm}$, Signal 2 hat eine Raumfrequenz $f_2 = 1 \text{ lp/mm}$ (1 Punkt)



(a) Intensitätsverlauf Raster 1



(b) Intensitätsverlauf Raster 2

Abb. 3: Abbildungen zu Aufgabe 4b

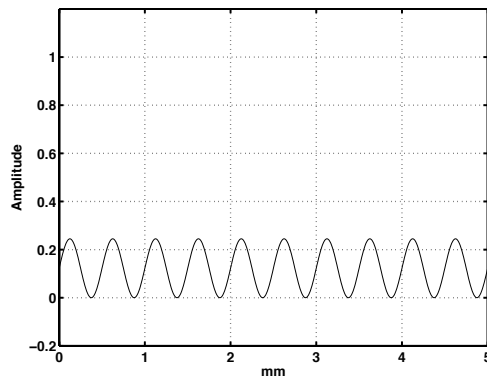
Für $MTF_{ges}(f_1)$ ergibt sich:

$$MTF_{ges}(f_1) = MTF_1(f_1) \cdot MTF_2(f_1) \cdot MTF_3(f_1) = 0,7 \cdot 0,5 \cdot 0,7 = 0,245 \text{ (1 Punkt)} \quad (8)$$

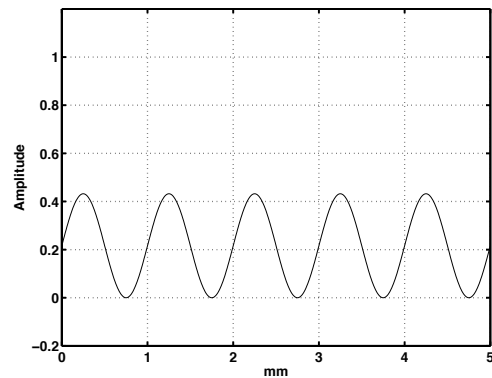
Für $MTF_{ges}(f_2)$ ergibt sich:

$$MTF_{ges}(f_2) = MTF_1(f_2) \cdot MTF_2(f_2) \cdot MTF_3(f_2) = 0,9 \cdot 0,6 \cdot 0,8 = 0,432 \text{ (1 Punkt)} \quad (9)$$

Abbildung 4 zeigt die Signale am Ausgang



(a) Ergebnis Signal 1 (1 Punkt)



(b) Ergebnis Signal 2 (1 Punkt)

Abb. 4: Ergebnisse Aufgabe 4 b

Computertomographie CT

Aufgabe 4

- Was versteht man unter Teilvolumenartefakten bei der CT? Wie wirkt sich ein solches Artefakt auf den Messwert am Detektor aus? (2 Punkte)
- Wie wirken sich Teilvolumenartefakte auf die auf das rekonstruierte Bild aus? Gehen Sie dabei auch auf die Orientierung der Artefaktstrukturen relativ zur Lage der Aufnahmeebene ein (Skizze). (4 Punkte)

Lösung

- Teilvolumenartefakte entstehen, wenn in dem Gebiet, das durch ein Voxel repräsentiert wird zwei Materialien mit stark unterschiedlichen Absorptionskoeffizienten vorhanden sind. In diesem Gebiet werden die Teilstrahlen eines Strahlenbündels unterschiedlich abgeschwächt. (1 Punkt)

Die resultierende Leistung am Detektor ist:

$$J = J_1 \cdot e^{-\mu_1 \Delta x} + J_2 \cdot e^{-\mu_2 \Delta x} \quad (10)$$

Das vom CT ermittelte Wert ist somit nicht der einfache Mittelwert aus beiden Schwächungskoeffizienten. (1 Punkt)

- Es können zwei Extremfälle unterschieden werden, siehe Abbildung 5. Im Fall **a** liegt die Artefaktgrenze orthogonal zur z-Achse der Aufnahme in Fall **b** parallel. Im Fall **b** kommt das Artefakt stärker zum Tragen, weil hier der Schwächungswert nicht nur falsch, sondern auch aus jeder Projektionsrichtung unterschiedlich ist. Dies führt zu Streifen im rekonstruierten Bild. (2 Punkte)

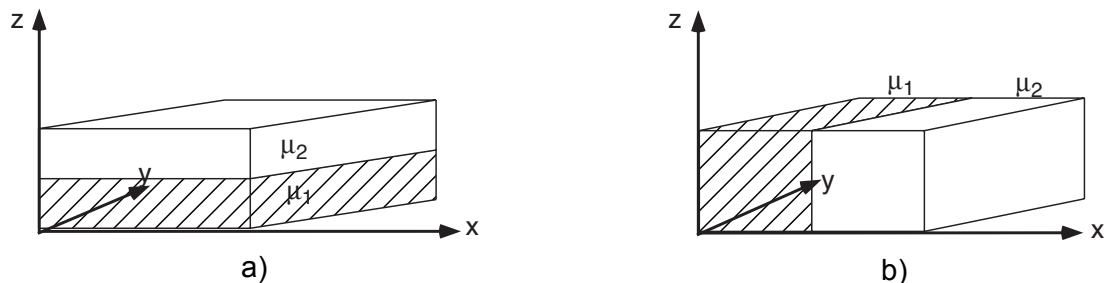


Abb. 5: Teilvolumenartefakte (2 Punkte)

Aufgabe 5

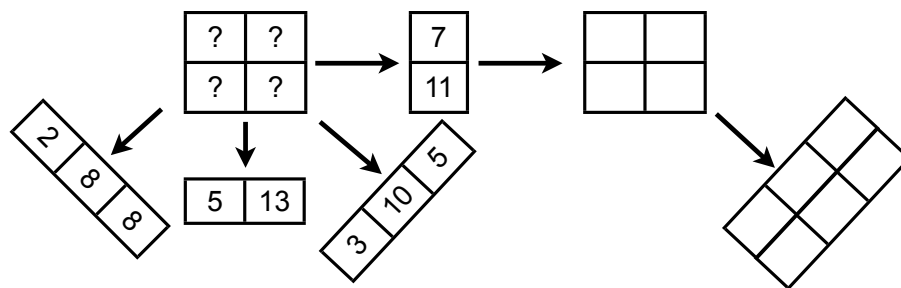
Welchen Vorteil hat es, wenn die Projektion bei der CT mit dem halben Detektorabstand abgetastet werden? Wie wird diese Abtastung technisch realisiert?

Lösung

Mit dem springenden Fokus ist es möglich im Bereich $\Theta > 180^\circ$ neue Daten zu gewinnen, indem der Radon Raum feiner abgetastet wird. Technisch wird der springende Fokus durch elektrische Felder in der Röntgenröhre. Nach dem ersten Halbkreis wird der Fokus auf einen ein wenig benachbarten Punkt umgeschaltet, so dass Punkte genau zwischen den alten Punkten liegen, aufgenommen werden können.

Aufgabe 6

- Erklären Sie kurz die wichtigsten Schritte der iterativen Rekonstruktion von CT-Aufnahmen (4 Punkte).
- Gegeben sind 4 CT-Projektionen eines 2×2 Bildes. Führen Sie den ersten Iterationsschritt für die iterative Rekonstruktion durch. (Hinweis: Ein Iterationsschritt beinhaltet die Berechnung für alle 4 Projektionen). Füllen Sie hierzu zunächst die freien Felder im beigelegten Blatt durch und erweitern Sie dann das Schema für die weiteren Schritte. (6 Punkte)



Lösung

- Innerhalb eines Iterationschritts werden nacheinander alle Projektionen mit dem geschätzten Bild abgeglichen. (1 Punkt) Bei der Verarbeitung der ersten Projektion wird der Messwert gleichmäßig auf alle Pixel, die zur Projektion beitragen, verteilt. Bei allen weiteren Projektionen wird die Projektion, die aus der aktuellen Schätzung berechnet wird, mit den realen Messwerten verglichen (1 Punkt). Die Differenz zwischen den Projektionen wird zur Korrektur gleichmäßig auf die relevanten Pixel verteilt. (1 Punkt) Mit jedem weiteren Iterationsschritt konvergiert der Schätzwert gegen das reale Bild. (1 Punkt)
- Siehe Abbildung 6

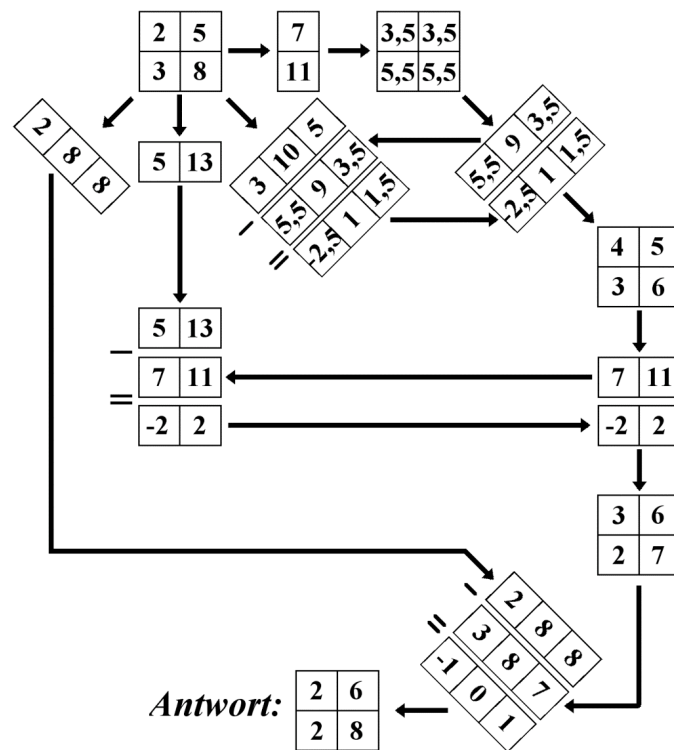


Abb. 6: Lösung zu Aufgabe 6 b)

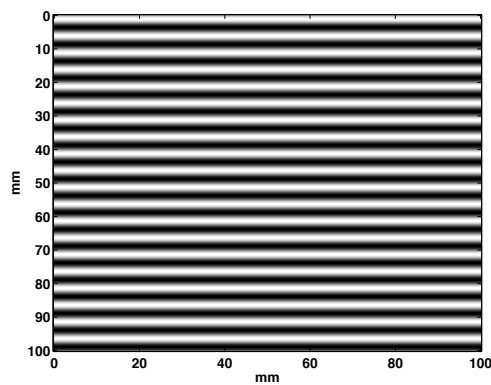
Systemtheorie

Aufgabe 7

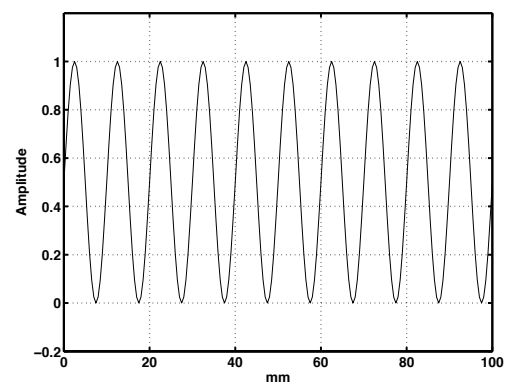
Die Abbildungen 7(a), 7(c) zeigen Grauwertverläufe, die sich in ihren Raumfrequenzen und deren Richtungen unterscheiden. Jeweils links neben den Grauwertbildern (Abb. 7(b), 7(d)) sind die Amplitudenverläufe im Eindimensionalen veranschaulicht. Bei den Abbildungen handelt es sich um digitalisierte Bilder, mit einer räumlichen Auflösung $f_A = 2 \text{ lp/mm}$.

- Bestimmen sie die Raumfrequenzen f_x in x-Richtung und f_y in y-Richtung für die Grauwertbilder in Abbildung 7 (3 Punkte).
- Die Grauwertbilder werden einer diskreten 2D-Fourier-Transformation unterzogen. Zeichnen Sie für die beiden Bilder jeweils eine 2D-Fourier-Ebene und beschriften Sie die Achsen. Markieren Sie dann diejenigen Bereiche der Ebene in denen der Betrag der 2D-Fourier-Transformierten ungleich Null ist (4 Punkte).

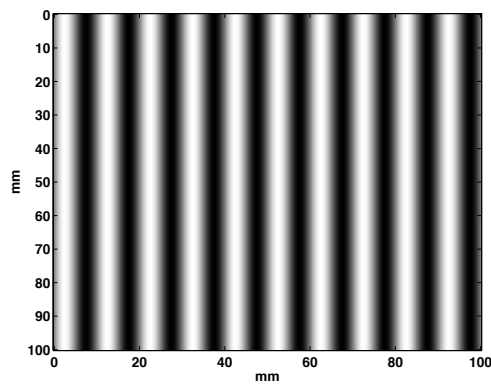
Lösung



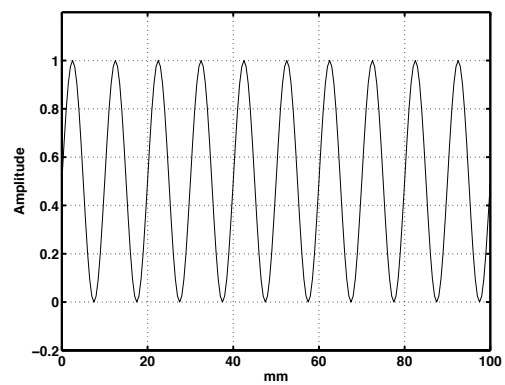
(a) Grauwertbild 1



(b) Intensitätsverlauf 1 (y-Richtung)



(c) Grauwertbild 2



(d) Intensitätsverlauf 2 (x-Richtung)

Abb. 7: Abbildungen zu Aufgabe 1

a) Für die Raumfrequenzen ergibt sich:

$$f_{y,1} = 0,2 \text{ lp/mm (1 Punkt)} \quad (11)$$

$$f_{x,2} = 0,1 \text{ lp/mm (1 Punkt)} \quad (12)$$

$$f_{x,1} = 0 \text{ lp/mm} \quad (13)$$

$$f_{y,2} = 0 \text{ lp/mm (1 Punkt)} \quad (14)$$

b) Die DFTs haben Amplituden ungleich Null im Ursprung (Offset) und beim Positiven und Negativen der jeweiligen Raumfrequenz. Siehe Abbildung 8.

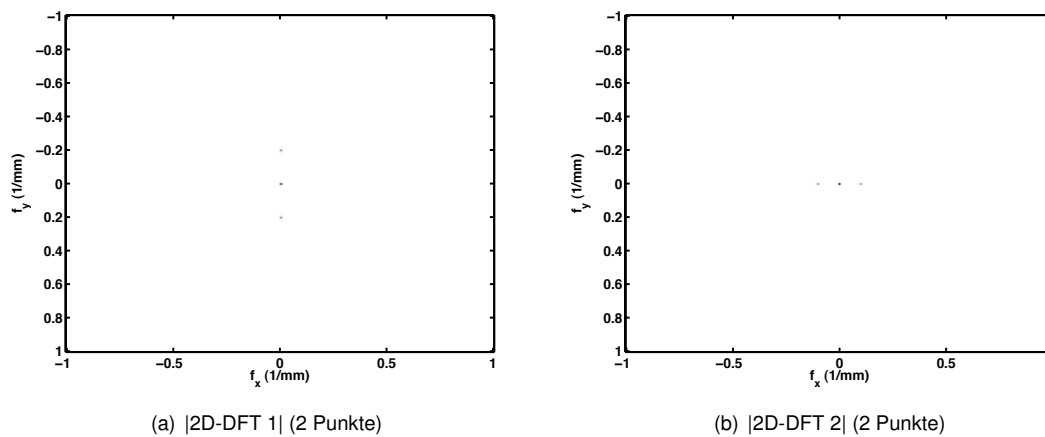


Abb. 8: Lösung Aufgabe 1 b)

Bildverarbeitung

Aufgabe 8

Gegeben ist ein schwarzer Balken vor weißem Hintergrund als Eingangsbild eines abbildenden Systems und die MTF des abbildenden Systems (Gaußprofil mit der Standardabweichung σ), siehe Abbildung 9

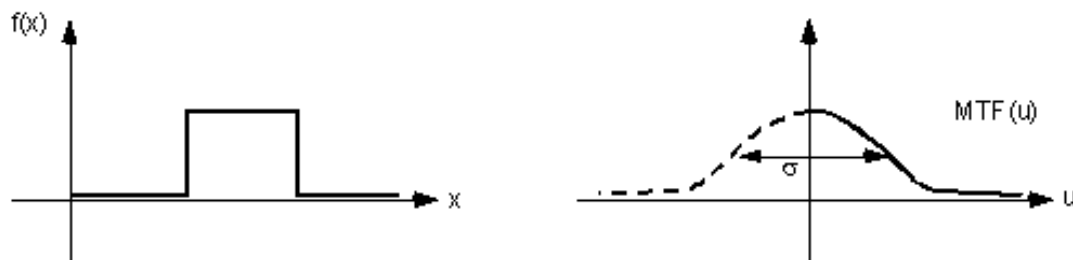


Abb. 9: Abbildung zu Aufgabe

- Beschreiben Sie den Weg, um das Ausgangsbild zu berechnen (nicht explizit lösen) (2 Punkte)
- Gibt es ein Filter, welches das Eingangsbild in gleicher Weise in das Ausgangsbild transformiert? Wie sieht eine mögliche Filtermaske aus (5x5 Matrix)? (2 Punkte)
- Skizzieren Sie qualitativ das Ausgangsbild für zwei verschiedene Werte von σ (groß, klein) (4 Punkte)

Lösung

- Möglichkeit 1: Berechnung im Frequenzraum
Hierzu wird das Signal $f(x)$ zuerst fouriertransformiert und im Frequenzraum mit der $MTF(u)$

multipliziert und im Anschluss invers fouriertransformiert. (2 Punkte)

$$f(x) \xrightarrow{\bullet \rightarrow \circ} F(u) \quad (15)$$

$$g(x) \xrightarrow{\bullet \rightarrow \circ} F(u) \cdot MTF(u) \quad (16)$$

- b) Möglichkeit 2: Berechnung im Ortsraum: Die MTF wird invers fouriertransformiert und liefert die Impulsantwort $h(x)$. Durch Faltung mit dem Eingangsbild $f(x)$ ergibt sich das Ausgangsbild $g(x)$

$$MTF(u) \xrightarrow{\bullet \rightarrow \circ} h(x) \quad (17)$$

$$g(x) = f(x) * h(x) \quad (18)$$

- c) Die Impulsantwort $h(x)$ kann durch eine endliche Filtermaske approximiert werden. Die Fouriertransformierte einer Gaußfunktion ist wieder eine Gaußfunktion.

1	1	2	1	1
1	2	4	2	1
2	4	8	4	2
1	2	4	2	1
1	1	2	1	1

Abb. 10: Lösung zu Aufgabe 8 b)

- d) Für ein kleines σ im Frequenzraum ergibt sich eine breite Verschmierung im Ortsraum (1 Punkt)
Für ein großes σ im Frequenzraum ergibt sich eine kleine Verschmierung im Ortsraum (1 Punkt)

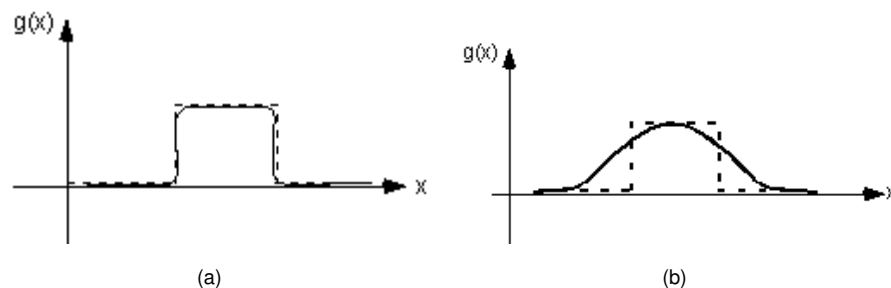


Abb. 11: Lösung zu Aufgabe 8 c) (2 Punkte)

Aufgabe 9

Nennen Sie 3 Verfahren zur Segmentierung von Bilddaten und beschreiben Sie kurz das Vorgehen bei diesen Verfahren. (9 Punkte)

Lösung

Häufig eingesetzte Verfahren zur Segmentierung sind das *Region Growing*, der *Watershed Algorithmus* und die *aktiven Konturen*. (3 Punkte)

Region Growing: Von einem Saatpunkt aus wird überprüft ob die Nachbapixel (-voxel) einen gewissen Schwellwert überschreiten. Bleibt der Grauwert unter der Schwelle wird das Element dem Gebiet zugeschlagen. Iterativ werden nun die neuen Elemente des Gebiets überprüft, bis das Gebiet vollständig erfasst ist. (2 Punkte)

Watershed Algorithmus Die Grauwertstufen werden als ein Grauwertgebirge aufgefasst. In diesem Gebirge wird der Grundwasserpegel schrittweise erhöht, bis verschiedene Regionen zusammenstoßen. An den Dämme gebaut, aus denen sich die Gebietsgrenzen ergeben. (2 Punkte)

aktive Konturen Es werden Gummibänder bzw. Ballons so in das Gradientenbild gelegt, dass ein Energieminimum erreicht wird. (2 Punkte)

Dosimetrie

Aufgabe10

Bestimmen Sie für den Fall DQE=1 die minimale Energiedosis, die für eine Röntgenaufnahme mit 1 % Kontrast und 0,5 mm x 0,5 mm Pixelfläche nötig ist. Nehmen sie für die Unterscheidbarkeit einen Wert $\kappa = 5$ an, die mittlere Quantenenergie beträgt 100 keV, siehe auch Abbildung 12 (6 Punkte).

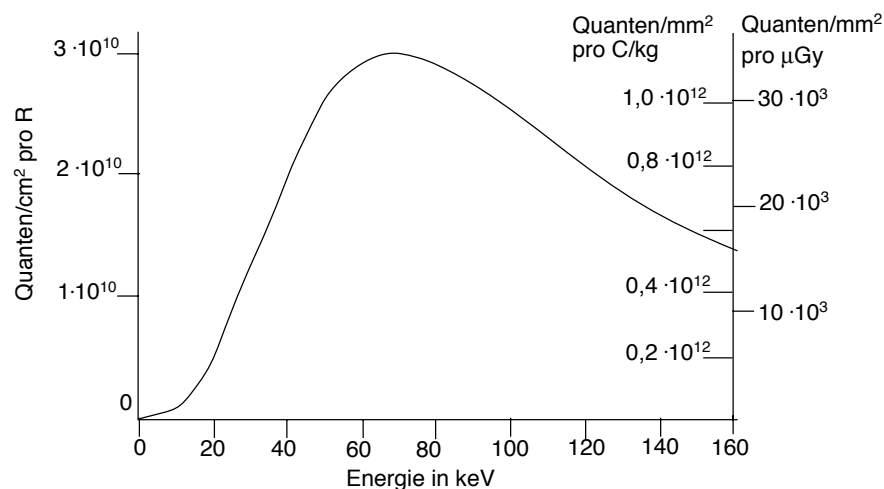


Abb. 12: Umrechnung Quantenzahl als Funktion der Quantenenergie

Lösung

Für den Kontrast gilt:

$$K^* = \frac{\Delta N}{N} \quad (1 \text{ Punkt}) \quad (19)$$

mit

K^* : Kontrast

ΔN : Differenz der Quantenzahlen in benachbarten Pixeln eines Bildes

N : Mittlere Quantenzahl in benachbarten Pixeln

Für eine Unterscheidung muss ΔN um einen Faktor κ größer sein, als die Varianz des Quantenrauschens.

$$\Delta N = \kappa \cdot \sqrt{N} \text{ (Poisson Statistik) (1 Punkt)} \quad (20)$$

$$K_{min}^* = \frac{\kappa \cdot \sqrt{N}}{N} \quad (21)$$

N ergibt sich aus der Zahl der Quanten pro Fläche n und der Fläche eines Pixels d^2 .

$$N = n \cdot d^2 \text{ (1 Punkt)} \quad (22)$$

n : Zahl der Quanten pro Fläche

d : Kantenlänge eines Pixels

Es folgt:

$$K_{min}^* = \frac{\kappa}{\sqrt{n} \cdot d} \text{ (1 Punkt)} \quad (23)$$

mit $K_{min}^* = 0,01$, $d = 0,5 \text{ mm}$ und $\kappa = 5$

Es ergibt sich die nötige Zahl von Quanten pro mm^2 :

$$n = \frac{\kappa^2}{K_{min}^2 \cdot d^2} = \frac{25}{0,01^2 \cdot 0,5^2} = 10^6 \text{ (1 Punkt)} \quad (24)$$

Aus dem Schaubild ergibt sich für 100 keV: $n/D = 30 \cdot 10^3 \mu\text{G}$ und damit folgt für die Dosis D :

$$D = 0,033 \text{ mGy} \text{ (1 Punkt)} \quad (25)$$

PET

Aufgabe 11

- Skizzieren Sie ein PET-System und beschrift Sie alle Komponenten. (4 Punkte)
- Welche beiden kernphysikalischen Prozesse spielen sich ab? (2 Punkte)
- Wie kann man Fehler durch Absorption weitgehend kompensieren (2 Punkte)?

Lösung

- PET System, siehe Abbildung 13
- Die physikalischen Prozesse sind die Beta-Emission und die Annihilation.
Beta-Emission

$$p \rightarrow e^- + n + \nu \quad (26)$$

$$\text{Proton} \rightarrow \text{Positron} + \text{Neutron} + \text{Neutrino} \quad (27)$$

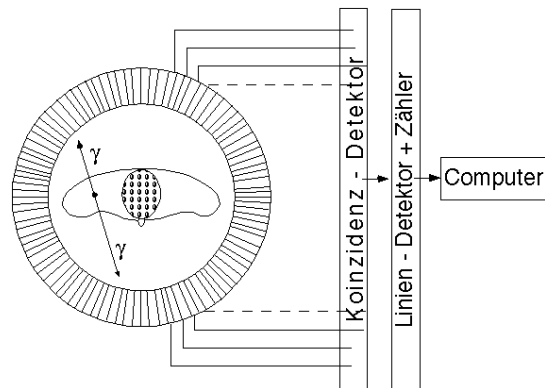


Abb. 13: PET System (4 Punkte)

Annihilation



- c) Absorptionskorrektur Die Wahrscheinlichkeit, dass es zu einem Koinzidenzereignis an beiden Detektoren kommt ist das Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten für ein Ereignis an einem Detektor (1 Punkt):

$$W_{ges} = W_1 \cdot W_2 = k_1 \cdot k_2 \cdot \exp - \int_{x_1}^{x_2} \mu(x) dx \quad (30)$$

Mit Transmissionsmessungen ist es möglich den Exponent $\int_{x_1}^{x_2} \mu(x) dx$ zu bestimmen. Mit Hilfe dieser Größe kann jede Projektion entsprechend korrigiert werden (1 Punkt).